**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дифференциальные и разностные уравнения

Differential and Difference Equations

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 5

Регистрационный номер рабочей программы: 003613

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Обучение основным методам теории обыкновенных дифференциальных уравнений и основам теории разностных уравнений, подготовка обучающихся к восприятию других дисциплин, использующих теорию дифференциальных и разностных уравнений, а также к использованию этих методов при решении задач естествознания, экономики и других прикладных задач; развитие у обучающихся доказательного, логического мышления, подготовка к самостоятельным научным исследованиям; подготовка к восприятию других математических и специальных дисциплин.

Поставленные цели достигаются путём решения следующих задач курса: изучение основных разделов теории дифференциальных и разностных уравнений; развитие навыков самостоятельного решения практических задач и геометрической интерпретации полученных результатов; обеспечение базы для усвоения приближенных методов вычислений и соответствующих компьютерных программ; повышение математической культуры обучающегося.

Курс дифференциальных и разностных уравнений дает обучающемуся комплекс аналитических, алгебраических и геометрических методов, позволяющих изучать свойства широкого спектра математических моделей в естествознании. Дисциплина «Дифференциальные и разностные уравнения» является одной из базовых в подготовке к профессиональной деятельности в области информационных технологий и служит основой для изучения других математических дисциплин как теоретического, так и прикладного характера, входящих в программу обучения на факультете, таких как инженерная экономика, вычислительная математика, методы оптимизации и исследование операций.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Для успешного освоения дисциплины обучающийся должен иметь предварительную подготовку по основным математическим дисциплинам - математическому анализу, высшей алгебре и геометрии, изучаемых на I курсе математико-механического факультета университета.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Наименование категории (группы) компетенций | Код и наименование компетенции | Планируемые результаты обучения, обеспечивающие формирование компетенции | Код индикатора и индикатор достижения универсальной компетенции |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | Общепрофессиональные компетенции | ОПК-1 – способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности | Иметь представление о возможностях применения ее разделов, уметь решать основные типы дифференциальных и разностных уравнений и систем, уметь исследовать свойства решений таких уравнений, владеть основными методами теории устойчивости по Ляпунову, качественными и аналитическими методами теории дифференциальных уравнений | ОПК-1.1 Уметь идентифицировать возможные проблемы и пути их решения |

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Практические занятия - 20 ак. ч.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 4 | 60 |  | 2 | 30 |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 50 |  | 36 |  | 20 | 5 |
|  | 2-42 |  | 2-25 | 2-25 |  |  |  |  | 2-25 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 60 |  | 2 | 30 |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 50 |  | 36 |  |  | 5 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 4 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование темы (раздела, части) | Вид учебных занятий | Количество часов |
| 1 | Дифференциальные и разностные уравнения первого порядка | лекции | 10 |
| практические занятия | 6 |
| по методическим материалам | 8 |
| 2 | Дифференциальные и разностные уравнения высших порядков | лекции | 12 |
| практические занятия | 6 |
| по методическим материалам | 10 |
| 3 | Системы дифференциальных и разностных уравнений | лекции | 12 |
| практические занятия | 6 |
| по методическим материалам | 8 |
| 4 | Зависимость решений от начальных данных и параметров | лекции | 4 |
| практические занятия | 2 |
| по методическим материалам | 6 |
| 5 | Основные понятия теории устойчивости движения | лекции | 12 |
| практические занятия | 6 |
| по методическим материалам | 8 |
| 6 | Динамические системы, порождаемые автономными и разностными уравнениями | лекции | 10 |
| практические занятия | 4 |
| по методическим материалам | 10 |
|  | Экзамен | Консультация | 2 |
| промежуточная аттестация (аудиторная) | 2 |
| промежуточная аттестация (самостоятельная) | 36 |
|  | | | | | |

***Содержание учебных занятий:***

**Тема 1.** *Дифференциальные и разностные уравнения первого порядка*

Понятие дифференциального уравнения 1-го порядка. Примеры. Основные понятия и определения: интегральная кривая, область определения уравнения, задача Коши. Математические модели, приводящие к дифференциальным уравнениям. Методы интегрирования дифференциального уравнения с помощью рядов, с помощью аналитических приемов.

Геометрическое интегрирование дифференциального уравнения с помощью ломаных Эйлера. Поле направлений, ломаные Эйлера как сведение дифференциального уравнения к разностному уравнению. Формулировка теоремы Пеано.

Уравнение с разделяющимися переменными. Замена переменой. Однородное уравнение, обобщенно однородное уравнение. Линейное уравнение. Уравнения Бернулли и Риккати. Уравнение в симметричной форме, расширение понятия решения, поля наклонов, особые точки. Уравнение в полных дифференциалах: теорема об общем решении, признак уравнения.

**Тема 2*.*** *Дифференциальные и разностные уравнения высших порядков*

Уравнения, допускающие понижение порядка, основные методы понижения порядка.

Линейное уравнение п-го порядка, теорема о существовании решений. Линейное однородное уравнение: линейность пространства решений, линейная независимость решений. Теорема о базисе. Линейное неоднородное уравнение: теорема о множестве решений и метод вариации. Линейное однородное уравнение с постоянными коэффициентами: характеристический многочлен, общее решение.

Разностные уравнения, определения и примеры; арифметическая и геометрическая прогрессии. Разностные уравнения, возникающие из дифференциальных уравнений.

Линейные однородные разностные уравнения с постоянными коэффициентами: линейность пространства решений, линейная независимость решений, теорема о базисе. Построение базиса: характеристический многочлен, случаи простых, кратных и комплексных корней. Линейные неоднородные разностные уравнения: теорема о множестве решений, метод неопределенных коэффициентов.

**Тема 3.** *Системы дифференциальных и разностных уравнений*

Системы дифференциальных уравнений, основные понятия. Сведение к нормальной системе. Задача Коши. Формулировка теоремы Пеано, промежуток Пеано. Интегральное уравнение, эквивалентное задаче Коши. Условие Липшица. Теорема о связи условия Липшица с дифференцируемостью. Пикаровские приближения, их сходимость. Теорема Пикара. Промежуток Пеано.

Лемма Гронуолла. Единственность решения. Продолжимость решений. Определение, необходимое и достаточное условие продолжимости. Теорема о полном решении и компакте. Теорема о существовании полного решения.

Линейные системы: теорема о существовании решений. Линейные однородные системы: линейность пространства решений, линейная независимость решений, теорема об изоморфизме. Фундаментальная матрица, ее свойства. Вронскиан, его свойства.

Линейные однородные системы с постоянной матрицей коэффициентов. Экспонента матрицы: определение, сходимость, свойства. Жорданова форма, вычисление экспоненты. Экспонента кратной клетки Жордана. Теоремы об оценке экспоненты матрицы.

Линейные неоднородные системы: теоремы о множестве решений и метод вариации.

**Тема 4.** *Зависимость решений от начальных данных и параметров*

Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров. Теорема об интегральной непрерывности. Формулировка теоремы о дифференцируемости решений.

**Тема 5.** *Основные понятия теории устойчивости движения*

Определения устойчивости по Ляпунову. Сведение вопроса об устойчивости произвольного решения к вопросу об устойчивости нулевого решения, выделение линейного приближения. Теорема об устойчивости линейной системы (через фундаментальную матрицу).

Устойчивость линейных систем с постоянной матрицей коэффициентов (через собственные числа).

Линеаризация. Теорема об устойчивости по первому приближению.

**Тема 6.** *Динамические системы, порождаемые автономными и разностными уравнениями*

Автономные системы дифференциальных уравнений, свойства решений. Типы траекторий, теорема о классификации траекторий.

Классификация Пуанкаре точек покоя линейных систем на плоскости. Линеаризация в окрестности точек покоя автономных систем. Теорема Пуанкаре.

Одномерные автономные разностные уравнения. Диаграмма Ламерея. Аттрактор и репеллер.

Иллюстрация сложной динамики на примере возникновения Канторова множества для кусочно -линейного отображения.

Примеры реальных природных процессов, описываемых дифференциальными и разностными уравнениями.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

По курсу дифференциальных и разностных уравнений предусмотрено чтение лекций и проведение практических занятий. Лекции читают и проводят практические занятия опытные преподаватели, как правило, с большим стажем работы.

Все обучающиеся должны быть обеспечены учебниками и задачником, рекомендованными по курсу.

Обучающиеся должны посещать лекций, практические занятия, выполнять задания преподавателей.

Обучающимся необходимо знать содержание лекций, уметь формулировать определения основных понятий и утверждений, уметь применять методы и доказательства теорем при решении конкретных задач по программе практических занятий.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

При самостоятельном выполнении домашних, индивидуальных и контрольных заданий целесообразно использовать рекомендованные учебники и задачники, а также дополнительную литературу.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

В течение учебного года по дисциплине задаются задачи и упражнения для самостоятельной работы. По окончании курса проводится устный экзамен.

В процессе обучения каждый обучающийся снабжается набором задач, которые необходимо уметь решать для положительной оценки по промежуточной аттестации.

***Методика проведения экзамена***

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена не разрешается. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт, и обучающийся удаляется с экзамена.

Экзаменационный билет включает в себя 2 вопроса. Сразу после получения билета обучающийся должен продемонстрировать знание основных формулировок по вопросам билета. Время на подготовку развёрнутых ответов на вопросы билета – 40 минут.

После ответа обучающегося на вопросы билета преподаватель вправе задать несколько дополнительных вопросов по материалу курса и предложить обучающемуся задачу повышенной сложности. Время на её решение ограничено временем проведения экзамена, но не менее 40 минут.

*Критерии выставления оценок:*

Оценка «**отлично**» (**A**) ставится за полный ответ на вопросы билета, на дополнительные вопросы преподавателя и правильное решение задачи повышенной сложности.

Оценка «**хорошо**» (**B**) ставится за полный ответ на вопросы билета, на дополнительные вопросы и отказ от получения задачи повышенной сложности (или её неправильное решение).

Оценка «**хорошо**» (**C**) ставится за полный ответ на вопросы билета и дополнительные вопросы (возможно, с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «**удовлетворительно**» (**D**) ставится за знание определений и формулировок основных теорем по каждой теме курса и недостаточно полный ответ на вопросы билета.

Оценка «**удовлетворительно**» (**E**) ставится за знание определений и формулировок основных теорем по каждой теме курса (возможно, с помощью наводящих подсказок преподавателя) и недостаточно полный ответ на вопросы билета.

Оценка «**неудовлетворительно**» (**F**) ставится в остальных случаях.

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

*Примерный список вопросов и заданий для самостоятельной работы и промежуточной аттестации:*

1. Найти общее и особые решения конкретного уравнения 1-го порядка.
2. Решить геометрическую или физическую задачу на составление и решение дифференциального уравнения.
3. Определить области существования и единственности решений для данного уравнения.
4. Решить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами.
5. Решить неоднородное линейное дифференциальное уравнение методом вариации.
6. Решить линейное однородное разностное уравнение с постоянными коэффициентами.
7. Решить неоднородное линейное разностное уравнение.
8. Решить линейную однородную дифференциальную или разностную систему.
9. Найти производную по начальному данному или параметру для конкретной задачи Коши.
10. Выписать разложение решения в ряд по начальным данным или параметру.
11. Определить устойчивость нулевого решения системы или уравнения по явной формуле общего решения или по первому приближению.
12. Определить устойчивость линейной дифференциальной или разностной системы.

*Примерный перечень вопросов к экзамену.*

* + - 1. Понятие дифференциального уравнения 1-го порядка. Примеры, приводящие к дифференциальным уравнениям, математические модели.
      2. Основные понятия: решение дифференциального уравнения, интегральная кривая, область определения уравнения, задача Коши.
      3. Методы интегрирования дифференциального уравнения с помощью рядов, с помощью аналитических приемов.
      4. Геометрическое интегрирование дифференциального уравнения с помощью ломаных Эйлера.
      5. Поле направлений, ломаные Эйлера как сведение дифференциального уравнения к разностному уравнению.
      6. Формулировка теоремы Пеано.
      7. Уравнение с разделяющимися переменными.
      8. Замена переменой. Однородное уравнение, обобщенно однородное уравнение.
      9. Линейное уравнение. Уравнения Бернулли и Риккати.
      10. Уравнение в симметричной форме, его решения, поле наклонов, особые точки.
      11. Уравнение в полных дифференциалах. Теорема об общем решении.
      12. Признак уравнения в полных дифференциалах.
      13. Системы дифференциальных уравнений, основные понятия и определения.
      14. Интегральное уравнение, эквивалентное задаче Коши.
      15. Условие Липшица.
      16. Теорема Пикара. Промежуток Пеано.
      17. Приближения Пикара, их сходимость.
      18. Лемма Гронуолла.
      19. Единственность решения.
      20. Продолжимость решений. Определение, необходимое и достаточное условие продолжимости решения за точку.
      21. Теорема о существовании полного решения.
      22. Линейное уравнение п-го порядка, теорема о существовании решений.
      23. Линейное однородное уравнение, линейная независимость решений.
      24. Теорема о базисе.
      25. Линейное неоднородное уравнение, множество его решений. Метод вариации.
      26. Линейное однородное уравнение с постоянными коэффициентами: характеристический многочлен. Общее решение.
      27. Разностные уравнения, определения и примеры; арифметическая и геометрическая прогрессии.
      28. Разностные уравнения, возникающие из дифференциальных уравнений.
      29. Линейные разностные уравнения с постоянными коэффициентами: линейность пространства решений.
      30. Линейные разностные уравнения с постоянными коэффициентами: линейная независимость решений, теорема о базисе.
      31. Построение базиса: характеристический многочлен, случаи простых, кратных и комплексных корней.
      32. Линейные неоднородные разностные уравнения: теорема о множестве решений, метод неопределенных коэффициентов.
      33. Линейные системы: теорема о существовании решений.
      34. Линейные однородные системы: линейность пространства решений, линейная независимость решений, теорема об изоморфизме.
      35. Фундаментальная матрица, ее свойства. Вронскиан, его свойства.
      36. Линейные однородные системы с постоянной матрицей коэффициентов.
      37. Экспонента матрицы: определение, сходимость, свойства.
      38. Жорданова форма, вычисление экспоненты. Экспонента кратной клетки Жордана.
      39. Теоремы об оценке экспоненты матрицы.
      40. Линейные неоднородные системы: множество решений, метод вариации.
      41. Определения устойчивости решения по Ляпунову. Сведение к вопросу об устойчивости нулевого решения, выделение линейного приближения.
      42. Теорема об устойчивости линейной системы (через фундаментальную матрицу).
      43. Устойчивость линейных систем с постоянной матрицей коэффициентов.
      44. Линеаризация. Теорема об устойчивости по первому приближению.
      45. Автономные системы дифференциальных уравнений, свойства решений.
      46. Типы траекторий, теорема о классификации траекторий.
      47. Классификация Пуанкаре точек покоя линейных систем на плоскости.
      48. Линеаризация в окрестности точек покоя автономных систем. Теорема Пуанкаре.
      49. Одномерные автономные разностные уравнения. Диаграмма Ламерея. Аттрактор и репеллер.
      50. Иллюстрация сложной динамики на примере возникновения Канторова множества для кусочно -линейного отображения.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Код индикатора и индикатор достижения универсальной компетенции | Контрольно-измерительные материалы (КИМ) (тестовые вопросы, контрольные задания, кейсы и пр.) |
|  | 1 | 2 |
| 1 | ОПК-1.1 Уметь идентифицировать возможные проблемы и пути их решения | ответы на оба вопроса на экзамене и ответы на дополнительные вопросы независимо оцениваются по шкале от 0 (нет ответа/не сделано) до 10 (очень хорошо), далее оценка усредняется. Результат переводится в диапазон от 0 до 100 |

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса применяется анкетирование в соответствии с методикой и графиком, утвержденными в установленном порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

К преподаванию практических занятий могут быть допущены преподаватели, имеющие диплом о высшем образовании по соответствующему направлению.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Специальных требований нет.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные стандартным оборудованием, используемым для обучения в СПбГУ в соответствии с требованиями материально-технического обеспечения.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Стандартное оборудование, используемое для обучения в СПбГУ. MS Windows, MS Office, Mozilla FireFox, Google Chrome, Acrobat Reader DC, WinZip, Антивирус Касперского

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не предусмотрено

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не предусмотрено

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел, губки, бумага формата А4, канцелярские товары, картриджи принтеров, диски в объеме, необходимом для проведения занятий, по заявкам преподавателей.

**3.4. Информационное обеспечение**

**Список рекомендованной литературы**

1. Бибиков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. - М.: Высшая школа, 1991. (Допущено Министерством высшего и среднего специального образования РСФСР в качестве учебного пособия для студентов университетов, обучающихся по специальности «Математика»). Мм – 18 экз.
2. Бибиков Ю.Н. Общий курс обыкновенных дифференциальных уравнений. - СПб: Издательство Санкт-Петербургского университета, 2005. Мм – 20 экз.
3. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. - М.: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2013. Мм – 300 экз.
4. Бибиков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. - СПб: Лань, 2011. Мм – 124 экз. + ЭБС «Лань» по подписке СПбГУ:

<https://proxy.library.spbu.ru:2279/book/1542>

1. Романко В.К. Разностные уравнения. - М.: Бином, 2006-2012. Мм – 1 экз.; Фз – 1 экз. + ЭБС «Лань» по подписке СПбГУ: <https://proxy.library.spbu.ru:2279/book/70755>
2. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. - 7-е изд., доп. - СПб: «Лань», 2002. Мм – 44 экз.
3. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. - М., 1967-2008. Мм – 20 экз. + ЭБС «Лань» по подписке СПбГУ: <https://proxy.library.spbu.ru:2279/book/123>
4. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М. 1984. Мм – 13 экз.
5. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М. 1970.Мм – 20 экз.
6. Плисс В.А., Ильин Ю.А. Теория нелинейных колебаний. I. Основные свойства периодических систем. II. Периодические решения автономных систем. СПб.: Издательский дом Санкт-Петербургского государственного университета. 2012. Мм – 20 экз.
7. Беллман Р. Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений. - М., 1954-2003. Мм – 19 экз.
8. Коддингтон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М., 1958-2010. Мм – 13 экз.
9. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М. 1978. Есть 1970. Мм – 66 экз.
10. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: Мир, 1970. Мм – 13 экз.

**Перечень иных информационных источников**

• Сайт Научной библиотеки им. М. Горького СПбГУ: <http://www.library.spbu.ru/>

• Электронный каталог Научной библиотеки им. М. Горького СПбГУ: <http://www.library.spbu.ru/cgi-bin/irbis64r/cgiirbis_64.exe?C21COM=F&I21DBN=IBIS&P21DBN=IBIS>

• Перечень электронных ресурсов, находящихся в доступе СПбГУ: <http://cufts.library.spbu.ru/CRDB/SPBGU/>

• Перечень ЭБС, на платформах которых представлены российские учебники, находящиеся в доступе СПбГУ: <http://cufts.library.spbu.ru/CRDB/SPBGU/browse?name=rures&resource%20type=8>

**Раздел 4. Разработчики программы**

Бибиков Юрий Николаевич, д. ф-м.н. профессор кафедры дифференциальных уравнений,

Ильин Юрий Анатольевич, к.ф.-м.н., доцент кафедры дифференциальных уравнений,  [y.a.iliin@spbu.ru](https://mail.spbu.ru/Session/806917-htFex6utxt9ORksyddTC/Message.wssp?Mailbox=%D0%9A%D0%B0%D1%84%D0%B5%D0%B4%D1%80%D0%B0%20%D0%B4%D0%B8%D1%84%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B8%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D1%85%20%D1%83%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B9&MSG=5)

[t.zvyagintceva@spbu.ru](mailto:t.zvyagintceva@spbu.ru)